

Microeconomia

Função de Utilidade, 2.ª Lei de Gossen, Procura Individual

ISCAL - IPL

Recapitulação

Na aula anterior:

- ▶ **Cabaz de bens** e espaço de consumo
- ▶ **Restrição Orçamental:** $Xp_x + Yp_y = W$
- ▶ **Preferências:** desejabilidade, completude, transitividade
- ▶ **Curvas de indiferença:** inclinação negativa, não se cruzam

Hoje: **Função de utilidade, otimização e procura individual**

Taxa Marginal de Substituição (TMS)

TMS — Definição

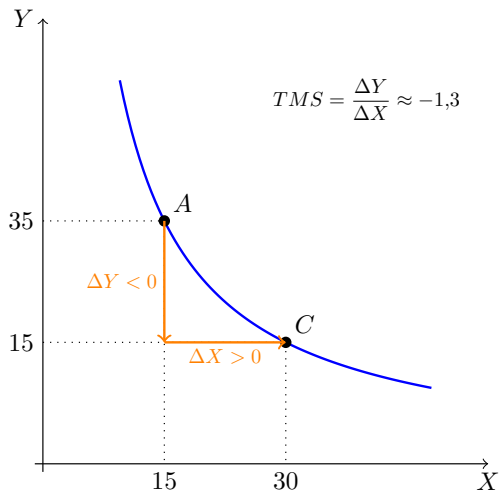
i Taxa Marginal de Substituição

É a taxa à qual o consumidor está disposto a trocar um bem pelo outro ficando **indiferente**. Define-se como a quantidade de Y de que está disposto a prescindir para ter mais uma unidade de X , mantendo a utilidade constante:

$$TMS = \left. \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right|_{\Delta U=0}$$

Ao longo da curva de indiferença convexa, $|TMS|$ é **decrecente** — valorizamos mais o bem que temos em menor quantidade.

TMS — Gráfico



Função de Utilidade

Função de Utilidade — Definição

i Função de Utilidade

Representação numérica da relação de preferência:

$$U(A) > U(B) \Leftrightarrow A \text{ é preferido a } B$$

$$U(A) = U(B) \Leftrightarrow A \text{ é indiferente a } B$$

Função de Utilidade — Natureza Ordinal

A função de utilidade é uma **relação ordinal** — ordena cabazes, mas o valor por si só **não tem significado cardinal**.

Consequência: muitas funções utilidade expressam as mesmas preferências — basta preservar a ordenação.

Exemplo: $A(20, 20) \succ B(10, 10)$ — todas estas funções descrevem as mesmas preferências:

$$U = x^{0,5}y^{0,5}, \quad U = 10x^{0,5}y^{0,5}, \quad U = 0,5(\ln x + \ln y)$$

Curvas de Indiferença e Função Utilidade

Uma curva de indiferença é o conjunto de todos os cabazes com a **mesma utilidade** \bar{U} :

$$\forall(x, y): U(x, y) = \bar{U} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta U = 0$$

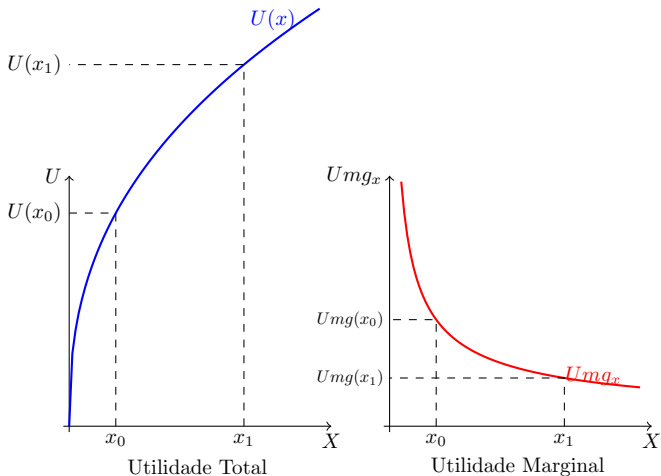
Utilidade Marginal e Leis de Gossen

Utilidade Total e Utilidade Marginal

- ▶ **Utilidade total** $U(x)$: satisfação ao consumir uma quantidade de um bem.
- ▶ **Utilidade marginal**: utilidade fornecida por **uma unidade adicional**:

$$Umg_x = \frac{\Delta U}{\Delta X} = U'_x$$

Utilidade Total vs. Utilidade Marginal



Aproximamo-nos do ponto de saciedade $\rightarrow Umg \rightarrow 0$

1.ª Lei de Gossen

! 1.ª Lei de Gossen — Utilidade Marginal Decrescente

Uma unidade adicional de um bem tem uma utilidade adicional **cada vez menor** à medida que o consumo aumenta — a **utilidade marginal é decrescente**.

Preço de reserva: máximo que o consumidor está disposto a pagar por mais uma unidade. À medida que consome mais, a disponibilidade a pagar diminui.

TMS e Utilidade Marginal

Ao longo da curva de indiferença, $\Delta U = 0$:

$$\Delta U = Umg_x \cdot \Delta X + Umg_y \cdot \Delta Y = 0$$

Isolando:

$$TMS = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{Umg_x}{Umg_y}$$

Escolha Óptima e 2.^a Lei de Gossen

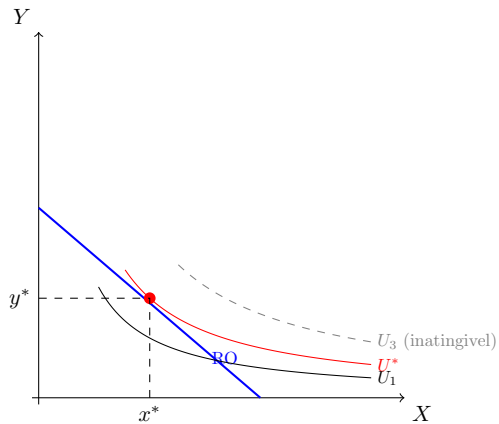
Escolha Ótima do Consumidor

i Escolha Ótima

É o ponto de consumo que maximiza a utilidade sujeito ao orçamento disponível:

$$\max_{x,y} U(x, y) \quad \text{s.a.} \quad Xp_x + Yp_y = W$$

Escolha Ótima — Gráfico



2.ª Lei de Gossen

No ponto óptimo, o declive da RO iguala o declive da curva de indiferença:

$$-\frac{p_x}{p_y} = TMS = -\frac{Um g_x}{Um g_y}$$

! 2.ª Lei de Gossen

No óptimo do consumidor:

$$|TMS| = \frac{p_x}{p_y} \Leftrightarrow \frac{Um g_x}{Um g_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

2.ª Lei de Gossen — Interpretação

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

- ▶ **Benefício marginal** de mais X : $\frac{Umg_x}{Umg_y}$ — quanto de Y “vale” uma unidade de X
- ▶ **Custo marginal** de mais X : $\frac{p_x}{p_y}$ — quanto de Y “custa” uma unidade de X
- ▶ No óptimo: **benefício marginal = custo marginal**

Exemplo Resolvido — Escolha Ótima

Um consumidor tem €160, $p_x = 20€$ (camisas), $p_y = 30€$ (calças),
 $U(x, y) = xy^3$.

Passo 1 — Calcular $|TMS|$:

$$Um g_x = y^3, \quad Um g_y = 3xy^2 \quad \Rightarrow \quad |TMS| = \frac{y}{3x}$$

Passo 2 — 2.ª Lei de Gossen:

$$\frac{y}{3x} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad y^* = 2x^*$$

Passo 3 — Substituir na RO:

$$20x + 30(2x) = 160 \Rightarrow 80x = 160 \Rightarrow x^* = 2, \quad y^* = 4$$

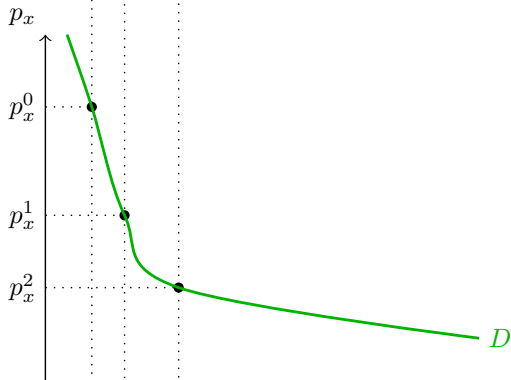
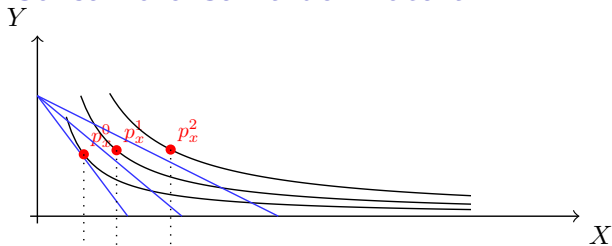
Procura Individual

Dedução da Procura Individual

Ao variar p_x com p_y e W constantes, cada preço dá um óptimo diferente.

O lugar geométrico dos óptimos é a **Via Preço-Consumo**.

Via Preço-Consumo e Curva de Procura



Exercícios

Exercício 1 (Escolha Múltipla)

Um consumidor tem $U(x, y) = x \cdot y$, $W = 100\text{€}$, $p_x = 5\text{€}$, $p_y = 4\text{€}$. Qual a quantidade óptima de x ?

- (A) $x^* = 5$ (B) $x^* = 10$ (C) $x^* = 20$ (D) $x^* = 8$

 Resposta: (B)

$$Um g_x = y, Um g_y = x. 2.ª Lei: \frac{y}{x} = \frac{5}{4} \Rightarrow y = \frac{5x}{4}.$$

$$RO: 5x + 4 \cdot \frac{5x}{4} = 10x = 100 \Rightarrow x^* = 10.$$

Exercício 2 (Escolha Múltipla)

Qual das afirmações sobre a 1.^a Lei de Gossen é **correcta**?

- (A) A utilidade total diminui à medida que se consome mais.
- (B) A utilidade marginal é crescente com o consumo.
- (C) A utilidade marginal é decrescente com o consumo.
- (D) A utilidade marginal é constante.

 Resposta: (C)

A 1.^a Lei de Gossen estabelece que cada unidade adicional acrescenta **menos** satisfação do que a anterior.

Exercício 3 (Desenvolvimento)

Um consumidor tem $U(x, y) = x^2y$, $W = 90\text{€}$, $p_x = 3\text{€}$, $p_y = 2\text{€}$.

- Calcule Umg_x e Umg_y .
- Determine o cabaz óptimo (x^*, y^*) pela 2.ª Lei de Gossen.
- Calcule o nível de utilidade no óptimo.

Solução

a) $Umg_x = 2xy$; $Umg_y = x^2$.

b) 2.ª Lei: $\frac{2xy}{x^2} = \frac{2y}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3x}{4}$.

RO: $3x + 2 \cdot \frac{3x}{4} = 3x + \frac{3x}{2} = \frac{9x}{2} = 90 \Rightarrow x^* = 20, \quad y^* = 15$.

c) $U(20, 15) = 400 \times 15 = 6000$.