Microeconomia

Etapas do Processo Produtivo e Lei da Contratação

ISCAL - IPL

Revisão: Etapas do Processo Produtivo

Objectivo: Identificar as três etapas do processo produtivo, compreender a Zona Económica de Exploração, e derivar a Lei da Contratação como condição óptima do produtor.

Recapitulação: APL e MPL

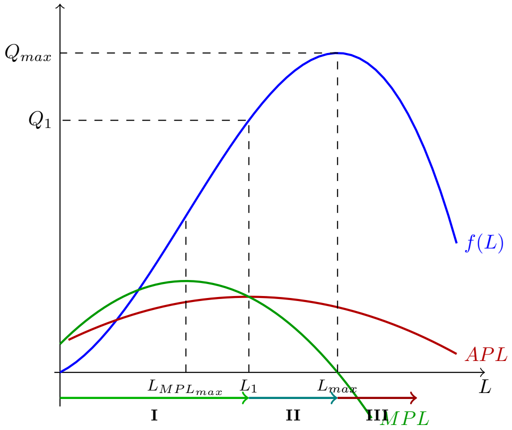
A curto prazo, com $K = \bar{K}$ fixo e L variável:

$$MPL = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \qquad APL = \frac{Q}{L}$$

Relação fundamental entre as duas medidas:

- Quando $MPL > APL \to APL$ está a **crescer**
- Quando $MPL = APL \to APL$ está no seu **máximo** (óptimo técnico)
- Quando $MPL < APL \to APL$ está a **decrescer**

As 3 Etapas — Diagrama Geral



Etapa I — Rendimentos Marginais Crescentes

Intervalo: $L \in [0, L_1[$ onde L_1 é o ponto em que $MPL = APL$

- MPL está a crescer (até ao ponto de inflexão) e depois decresce, mas mantém-se acima de APL
- APL está **sempre a crescer**
- A empresa ainda não está a aproveitar ao máximo a combinação de fatores

> A empresa **não se deve fixar** na Etapa I — está a produzir abaixo do óptimo técnico, onde a produtividade média ainda pode aumentar.

Etapa II — Zona Económica de Exploração

Intervalo: $L \in [L_1, L_{max}]$ onde $MPL = APL$ até $MPL = 0$

- APL está **a decrescer** (mas $APL > 0$)
- $MPL \geq 0$: cada trabalhador adicional ainda contribui positivamente para o output
- É aqui que se situam **todas as escolhas óptimas de produção**

> A **Zona Económica de Exploração** coincide com a Etapa II: entre o óptimo técnico (Q_1, máximo de APL) e o máximo de produção (Q_{max}, $MPL = 0$).

Etapa III — Rendimentos Marginais Negativos

Intervalo: $L > L_{max}$ onde $MPL = 0$

- $MPL < 0$: cada trabalhador adicional **reduz** o output total
- O produto total está a **diminuir**

> Nenhuma empresa racional opera na Etapa III — estaria a pagar trabalhadores para **reduzir** a sua produção.

Resumo das 3 Etapas

Etapa	**Intervalo (L)**	**MPL**	**APL**	**Output**
I	$[0,\ L_1[$	$> APL$	crescente	crescente
II (ZEE)	$[L_1,\ L_{max}]$	≥ 0, $< APL$	decrescente	crescente
III	$]L_{max},\ +\infty[$	< 0	decrescente	decrescente

ZEE = Zona Económica de Exploração $\rightarrow$ Etapa II: onde o produtor racional opera.

Exemplo Numérico — Tabela Completa

L	$Q = F(K, L)$	APL	MPL	Etapa
0	0	—	—	
1	4	4.00	4	**I**
2	14	7.00	10	**I**
3	27	9.00	13	**I**
4	**43**	**10.75**	**16**	**I (máx MPL)**
5	58	11.60	15	**I**
6	**72**	**12.00**	**14**	**II (óptimo técnico: APL máx)**
7	81	11.57	9	**II**
8	86	10.75	5	**II**
9	**86**	**9.56**	**0**	**II→III (Q_{max})**
10	78	7.80	-8	**III**

Objectivo da Empresa: Maximizar o Lucro

A empresa quer maximizar:

$$\Pi = \underbrace{P \times Q}_{\text{Receita Total}} - \underbrace{W \times L}_{\text{Custo Variável}} - \underbrace{r \times \bar{K}}_{\text{Custo Fixo}}$$

A curto prazo, K é fixo. A variável de controlo é L. Maximizar Π em ordem a L:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = 0$$

Derivação da Condição Óptima

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = P \cdot \frac{\partial Q}{\partial L} - W = 0$$

Ou seja:

$$P \cdot MPL = W$$

> **Lei da Contratação:** A empresa deve contratar trabalho até ao ponto em que o **valor do produto marginal do trabalho** $(P \times MPL)$ iguala o **salário** (W).

Lei da Contratação — Intuição

$$\underbrace{P \times MPL}_{\text{Benefício Marginal de contratar L}} = \underbrace{W}_{\text{Custo Marginal de contratar L}}$$

- Se $P \cdot MPL > W$: vale a pena contratar **mais** um trabalhador (receita adicional supera o custo)
- Se $P \cdot MPL < W$: o último trabalhador **custa mais** do que produz — deve-se reduzir L
- Se $P \cdot MPL = W$: condição óptima

É a aplicação directa do princípio **Cmg = Bmg** ao mercado de factores!

Exemplo Resolvido

Dados: $Q = K^{0.5}L^{0.5}$, $\bar{K} = 100$, $P = 10$, $W = 20$

A curto prazo: $Q = 10L^{0.5}$

$MPL = \frac{dQ}{dL} = 5L^{-0.5}$

Condição óptima: $P \cdot MPL = W$

$$10 \times 5L^{-0.5} = 20$$

$$50L^{-0.5} = 20 \implies L^{0.5} = \frac{50}{20} = 2.5 \implies L^{*} = 6.25$$

Output óptimo: $Q^{*} = 10 \times \sqrt{6.25} = 10 \times 2.5 = 25$

A Relação Produtividade–Salário

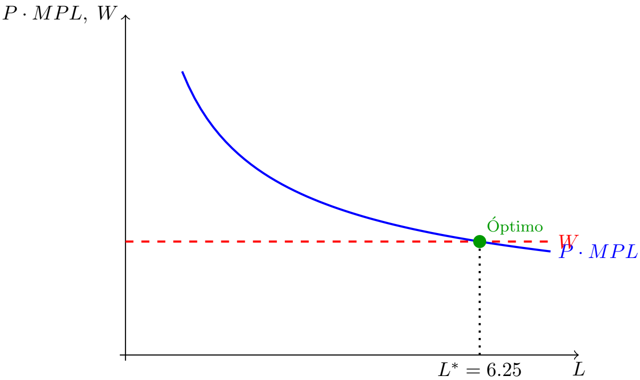
Da condição óptima $P \cdot MPL = W$, podemos escrever:

$$MPL = \frac{W}{P}$$

Esta expressão diz-nos que o **produto marginal do trabalho** na escolha óptima é igual ao **salário real** W/P.

> Trabalhadores mais produtivos (maior MPL) justificam salários mais elevados — ou, a preços mais altos, justifica-se contratar mais trabalho. A Lei da Contratação liga diretamente **produtividade e remuneração**.

Verificação Gráfica



A curva $P \cdot MPL$ é decrescente (por causa dos rendimentos marginais decrescentes). A empresa contrata L^* onde essa curva cruza o salário W.

Exercícios — Escolha Múltipla (1)

1. Uma empresa tem $Q = 4L^{0.5}$, $P = 5$ e $W = 10$. Qual a quantidade óptima de trabalho a contratar?

a) $L^* = 1$
b) $L^* = 4$
c) $L^* = 9$
d) $L^* = 16$

Solução: A $MPL = 2L^{-0.5}$. Lei da contratação:
$P \cdot MPL = W \Rightarrow 5 \times 2L^{-0.5} = 10 \Rightarrow L^{-0.5} = 1 \Rightarrow L^* = 1$.

Exercícios — Escolha Múltipla (2)

2. A empresa está a operar com $P \cdot MPL > W$. O que deve fazer para maximizar o lucro?

a) Reduzir o output — está a produzir demasiado.
b) Manter a produção — já está no óptimo.
c) Contratar mais trabalho — o benefício marginal supera o custo marginal.
d) Aumentar o preço de venda.

Solução: C Se $P \cdot MPL > W$, cada trabalhador adicional gera mais receita do que custa. A empresa deve contratar mais até $P \cdot MPL = W$.

Exercício de Desenvolvimento

Enunciado: A empresa ALFA tem a função de produção $Q = -KL^3 + 12L^2 + 60LK^3$, com $K = 1$ fixo. O preço de venda é $P = 2$ u.m. e o salário unitário é $W = 168$ u.m.

a) Calcule MPL e APL. Delimite as três etapas do processo produtivo.

b) Aplique a Lei da Contratação para encontrar L^* e Q^*.

c) Verifique que L^* se encontra na Zona Económica de Exploração.

Solução — Desenvolvimento (a)

$$MPL = -3L^2 + 24L + 60$$
$$APL = -L^2 + 12L + 60$$

Etapa I → II ($MPL = APL$):

$$-3L^2 + 24L + 60 = -L^2 + 12L + 60 \implies -2L^2 + 12L = 0$$
$$\implies L(L-6) = 0 \implies L_1 = 6$$

Etapa II → III ($MPL = 0$):

$$-3L^2+24L+60 = 0 \implies L^2-8L-20 = 0 \implies (L-10)(L+2) = 0$$
$$\implies L_{max} = 10$$

Etapa	Intervalo
I	$[0,\ 6[$
II (ZEE)	$[6,\ 10]$
III	$]10,\ +\infty[$

Solução — Desenvolvimento (b) e (c)

Lei da Contratação: $P \cdot MPL = W$

$$2 \times (-3L^2 + 24L + 60) = 168$$

$$-3L^2 + 24L + 60 = 84$$

$$-3L^2 + 24L - 24 = 0 \implies L^2 - 8L + 8 = 0$$

$$L = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 32}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{32}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$L_1 = 4 - 2\sqrt{2} \approx 1.17$ (Etapa I — não é óptimo)

$L_2 = 4 + 2\sqrt{2} \approx 6.83$ (Etapa II)

$L^* \approx 6.83$; $Q^* = -(6.83)^3 + 12(6.83)^2 + 60(6.83) \approx 650.5$ u.

$L^* \approx 6.83 \in [6, 10]$ **→ está na ZEE**